ANALISI IDRAULICA AVANZATA IN WDNETXL

Primo sviluppo dei modelli idraulici per le reti ed analisi classiche

Nei primi decenni del secolo scorso ha avuto inizio una fase di costruzione degli acquedotti per le esigenze idriche connesse alla salute ed il benessere umano ma anche per assistere lo sviluppo economico, le attività industriali e fornire protezione antincendio agli agglomerati urbani. Tale circostanza ha richiesto lo studio di criteri di analisi per la verifica dei progetti delle reti acquedottistiche in relazione alle capacità idraulica di soddisfacimento delle richieste idriche, *statistiche*, delle varie tipologie di utenza (civile, commerciale e industriale) e, specialmente nella cultura anglosassone, delle esigenze di protezione antincendio. La scrittura delle equazioni di bilancio di energia per le tubazioni e di massa ai nodi di connessione della rete ha dato forma ai primi modelli delle reti acquedottistiche per la verifica idraulica. In tale contesto l'analisi per la verifica idraulica degli acquedotti si è sviluppata al fine di calcolare le pressioni ai nodi della rete per date scabrezze dei tubi e fissate domande ai nodi (richieste idriche *statistiche* delle varie tipologie di utenza). La verifica di progetto é consistita nella valutazione delle pressioni ai nodi rispetto alle *pressioni minime per un corretto servizio all'utenza* (generalmente relazionabili all'altezza degli edifici) e, in relazione alla protezione antincendio regolamentate da norme specifiche, nella valutazione delle *portate e pressioni residue minime per un corretta prestazione idraulica degli idranti*. Le prime analisi si riferivano a reti piccole o molto semplificate (*scheletonizzate*) considerando solo le tubazioni principali di trasporto dell'acqua. Il primo algoritmo di analisi/simulazione idraulica delle reti fu inventato dal Cross negli anni '30 [2] e consentiva il calcolo manuale come strettamente richiesto all'epoca. Negli anni successivi fino a quasi la fine millennio, con l'avvento del calcolo automatico con capacità computazionali sempre maggiori e con il complicarsi dei modelli idraulici di rete, sia per lo sviluppo fisico degli acquedotti che per l'esigenza di considerare dispositivi quali pompe, valvole, ecc., furono sviluppati diversi algoritmi per la risoluzione delle reti al fine di ottenere efficienza, robustezza di calcolo e accuratezza delle soluzioni. Nel 1979, il Prof. Todini inventò il *Global Gradient Algorithm* (GGA) basato sul metodo Newton-Raphson che venne esteso alla presenza di qualsiasi dispositivo nel 1988 [13] e divenne il "motore idraulico" di EPANET, sviluppato da Rossman dell'agenzia U.S.A. E.P.A. [12], rilasciato nelle prima versioni nei primi anni '90. I software package attuali si basano in genere sullo stesso "motore idraulico" di EPANET con rare eccezioni come quella di INFOWORKS il cui algoritmo è derivato da metodi della Linear Theory. La differenza sostanziale fra l'algoritmo EPANET e quello di INFOWORKS è nella maggiore accuratezza del primo che però viene superato dal secondo come velocità di convergenza per accuratezze minori come discusso da Rossman e Todini nel 2013 [15].

Tutti i simulatori idraulici classici si basano sulla assunzione di domande costanti ai nodi al fine di riprodurre le richieste idriche statistiche delle varie tipologie di utenti. Gli idranti, invece, sono implementati come orifici liberi per le esigenze di verifica idraulica in relazione alla protezione antincendio. Pertanto, le analisi classiche si conducono con algoritmi che sono denominati demand-driven, ovvero le pressioni calcolate ai nodi sono "guidate dalla domande idriche statistiche" fissate ora per ora agli stessi attraverso specifici fattori moltiplicativi (pattern di domanda) di un valore base.

La calibrazione di tali modelli di verifica idraulica, quindi, è classicamente relazionata alle scabrezze delle tubazioni, nell'assunto di conoscenza deterministica del diametro interno delle stesse, e con particolare riferimento alla protezione antincendio poiché in tali condizioni la velocità dell'acqua può raggiungere i 10 m/s e, pertanto, le scabrezze influenzano in modo decisivo le perdite di carico uniformemente distribuite e le prestazioni di pressione residua/portata agli idranti del sistema idraulico.

Sviluppo dei modelli idraulici per la gestione ed analisi avanzate

Man mano che si risolveva il problema della progettazione e costruzione delle reti acquedottistiche per i motivi riportati nel precedente paragrafo, queste sono diventate sempre più grandi, complesse e vetuste per cui sono nate

esigenze gestionali rispetto alla qualità dell'acqua, alla perdite idriche, all'affidabilità, all'ottimizzazione energetica, alla riabilitazione, ecc.

Il Prof. Todini, nell'anno 2003 [14] pone per primo il problema della definizione di un modello per le reti acquedottistiche che consenta di calcolare la "effettiva" domanda idrica che si riesce a fornire alle utenze in condizione di pressioni in alcuni nodi inferiori alle *pressioni minime per un corretto servizio*. Egli indicava il modello di Wagner [16] come funzione pressione-domanda più idonea. Infatti, come visualizzato in Figura 1 ed espresso dalle Eq. (1), il modello di Wagner esprime una domanda costante al nodo *i*-esimo all'ora *t*, $d(i,t)$, pari alla richiesta idrica *statistica* dell'utenza $d^{req}(i,t)$ per pressioni maggiori di $P^{ser}(i)$, *pressione minime per un corretto servizio*, nulla per pressioni più basse dell'altezza dell'ugello $P^{min}(i)$ e domanda reale $d^{act}(i)$ per pressioni intermedie secondo la legge di Torricelli, ovvero in condizioni di pressione insufficiente, *pressure-deficient condition* così come indicato in letteratura tecnico-scientifica da Giustolisi & Walski (2012) [7]. Pertanto il modello è consistente con l'idraulica ed il reale funzionamento della rete dove gli utenti controllano, *statisticamente parlando*, le portate ai dispositivi di erogazione fintanto che le pressioni sono sufficienti, per poi attingere dagli stessi la massima portata consentita dall'idraulica della rete (legge di Torricelli per dispositivi completamente aperti) in condizioni di pressione insufficiente, vedi Giustolisi & Walski (2012) [7] per ulteriori dettagli.

$$d(i,t)=\begin{cases} d^{req}(i,t) & P(i,t)\geq P^{ser}(i) \\ \dfrac{d^{req}(i,t)}{\sqrt{P^{ser}(i)-P^{min}(i)}}\sqrt{P(i,t)-P^{min}(i)} & P^{min}(i)<P(i,t)<P^{ser}(i) \\ 0 & P(i,t)\leq P^{min}(i) \end{cases} \qquad (1)$$

Figura n.1. Diagramma pressioni-domanda (Wagner, 1988) per le utenze e per le perdite di sottofondo.

Più tardi, nel 2008, il Prof. Giustolisi [4] sviluppava prima un algoritmo robusto ed accurato per il calcolo delle reti in *pressure-deficient condition* e poi introduceva nella definizione del modello idraulico di rappresentazione delle reti acquedottistiche [5] la componente idraulica delle perdite di sottofondo (*background leakages*) che si sviluppa lungo il percorso delle tubazioni del sistema idraulico. Tale componente di domanda associata alla perdite idriche fu assunta funzione delle pressioni medie delle tubazioni, come sarà specificato nel prossimo paragrafo.

Perdite di sottofondo nei modelli idraulici: concetti ed utilità gestionale

Come detto, il Prof. Giustolisi nel 2008 [5] ha sviluppato la rappresentazione nelle reti acquedottistiche della componente idraulica dei *background leakages* lungo le tubazioni ed il relativo algoritmo di risoluzione. L'intento è stato quello di considerare nella simulazione idraulica una componente di domanda, sempre esistente, costituita dalle perdite idriche di piccola portata diffuse lungo le tubazioni (comprensive di quelle relative alle connessioni di utenza) e delle perdite di maggiore entità non ancora rilevate e riparate. Il Prof. Giustolisi adottò il modello classico di perdite idriche proposto da Germanopoulos (1985) [3], mettendo in relazione la domanda relativa alle perdite idriche ai nodi i e j di ogni tubazione con un fattore di deterioramento $\beta(k)$ e la pressione media $P(k)$ della k-esima tubazione, vedi Eq.(2). La composizione delle perdite delle tubazioni convergenti in un nodo fornisce la componente di domanda della perdite idriche in ognuno dei nodi della rete acquedottistica che si somma a quella relativa alle utenze così come riportato precedentemente in Figura n.1. L'esponente (α) del modello di Germanopoulos (1985) è funzione del materiale ed in generale della sua rigidezza [5] e generalmente può essere assunto in prima approssimazione unitario.

$$d^{leak}\left(i,P(k,t)\right)=\begin{cases}\dfrac{\beta(k)L(k)P(k,t)^{\alpha}}{2} & P(k,t)\geq 0\\ 0 & P(k,t)<0\end{cases} \qquad (2)$$

Figura n.2. Perdite di sottofondo e rappresentazione nel modello idraulico.

La Figura n.2 rappresenta in modo semplificato quanto adottato modellisticamente in [5]. Le perdite idriche delle tubazioni sono assunte uniformemente distribuite e comprendono anche quelle che si generano lungo le connessioni alle utenze. Le perdite nelle singole tubazioni, poi, sono messe in relazione alla pressione media delle stesse come riportato in Eq. (2). Per motivi modellistici, durante le simulazioni idrauliche, le portate delle perdite idriche sono concentrate nei nodi, Eq. (2), senza errori di bilancio di massa ma con un errore sul bilancio energetico generalmente del tutto trascurabile rispetto alle incertezze di sistema [6,9]. Lo schema complessivo consente di

relazionare le perdite idriche di sottofondo con le pressioni medie di ogni tubazione ed un fattore unitario di deterioramento (β), generalmente dell'ordine di 10^{-8}, che è un indicatore globale del deterioramento delle singole tubazioni (inclusivo dell'effetto delle eventuali connessioni) molto utile a livello gestionale [9], sia in fase di pianificazione/valutazione degli interventi, per esempio di distrettualizzazione e riabilitazione, che operativa, per esempio calibrazione ed ottimizzazione dei pompaggi considerando anche la riduzione delle perdite [8].

Infatti, la simulazione delle perdite idriche a livello di tubazione è insostituibile per le operazioni di pianificazione della gestione come per esempio: (1) la distrettualizzazione ottima sia in termini topologici che di riduzione delle perdite idriche [11]; (2) la pianificazione delle valvole di riduzione delle pressioni controllate localmente o al nodo critico [9,10]; (3) la riabilitazione ottima, ecc. Inoltre, un modello idraulico avanzato, calibrato, come si dirà in seguito nel senso del bilancio delle masse, per assistere tutto questo sin dalle fasi iniziali di implementazione di strategie e processi gestionali, è decisamente insostituibile.

È utile chiarire che surrogare le perdite idriche con idranti, magari con esponente differente da 0.5, concentrati in tutti i nodi della rete, oltre a rendere poco accurato il calcolo idraulico da diversi punti di vista [9] fa perdere l'informazione a livello di singole tubazioni (concentrata a priori nei nodi) e quindi l'informazione sul deterioramento dei tronchi e le eventuali connessioni, che è, per esempio, indispensabile per la riabilitazione ottima.

Infine, come detto in precedenza, i simulatori idraulici classici sono demand-driven, ovvero le domande ai nodi sono fissate a priori, mentre le perdite idriche non possono essere fissate a priori essendo funzione delle pressioni medie nei tronchi, attraverso i carichi ai nodi che sono incognite dell'analisi di sistema. Pertanto, la simulazione delle reti acquedottistiche per la gestione richiede sempre analisi pressure-driven (ovvero le domande ai nodi non sono fissate a priori ma guidate dalla pressione) per la presenza delle perdite idriche di sottofondo e in condizioni pressure-deficient per le richieste idriche delle utenze, come in Figura n.1. L'accuratezza di WDNetXL rispetto alle analisi pressure-driven è molto più elevata dei prodotti commerciali standard poiché il suo "motore idraulico" è stato progettato già pressure-driven.

Calibrazione basata sul concetto di massa e resistenza idraulica unitaria

Per quanto detto in precedenza, la modellizzazione idraulica avanzata delle reti, per poter assistere efficacemente ed efficientemente la gestione di sistema deve essere *pressure-driven* come caratteristica idraulico-modellistica e guardare non solo alle perdite di energia nelle tubazioni attraverso le scabrezze, ma anche a come queste determinano le perdite idriche in rete in funzioni delle pressioni di sistema. *Pertanto la calibrazione moderna* [1] *deve essere estesa e prioritariamente basata su concetti di massa.*

Ovvero, dopo aver caratterizzato le tipologie di utenze *almeno* nei loro valori medi di richiesta idrica in un ciclo operativo giornaliero o settimanale, si devono misurare le portate immesse in rete dalle sorgenti idriche (serbatoio e sistemi di pompaggio) che sono di base per dividere attraverso la calibrazione la componente di acqua immessa che viene erogata *statisticamente* all'utenza da quella delle perdite idriche che è funzione delle pressioni medie nelle tubazioni, come evidenzia lo schema di Figura n.3.

Figura n.3. Componenti del pattern di misura della portata in ingresso.

La Figura n.3 mostra in modo semplice come il problema sia la separazione delle due componenti principali che determinano il bilancio di massa nel sistema acquedottistico dai pattern di misura delle portate in ingresso al sistema. Certamente, la separazione non può fare a meno della valutazione delle pressioni medie in rete e quindi della calibrazione delle scabrezze, ovvero delle resistenze idrauliche delle tubazioni, che determinano le perdite idriche al fine di ottenere valori calibrati di β il più realistici ed accurati possibile rispetto all'informazione a disposizione (misure di pressione e portata). Operativamente, la calibrazione per fini gestionali è un processo dinamico che inizia assumendo β funzione per esempio dei diametri, ma anche dell'età delle tubazioni e del numero di connessioni laddove disponibili. La successiva distrettualizzazione, e pianificazione delle relative misure di pressione e portata, consente poi di rifinire il modello a livello di distretto partendo dalla prima calibrazione, mentre il modello iniziale ha già consentito di pianificare la distrettualizzazione ottima [11].

In relazione alle scabrezze, infine, va detto che mentre nei modelli di verifica progettuale i diametri interni delle tubazioni possono essere considerati noti, a livello gestionale, ovvero per sistemi ormai in servizio da decenni, gli stessi diametri interni ed il concetto di scabrezza risultano sfumati. Pertanto, l'attribuzione di un diametro unico alle tubazioni diviene ipotesi troppo restrittiva date le possibili occlusioni lungo il percorso, eventuali valvole non completamente aperte, ecc.

È necessario richiamare il fatto che la perdita di carico uniformemente distribuita lungo una tubazione (ΔH) è calcolabile con la formula di Darcy-Weisbach:

$$\Delta H = \frac{\lambda}{2gD^5} Q^2 L = K Q^2 L \qquad (3)$$

Laddove λ è il fattore di scabrezza che può in buona approssimazione essere ritenuto costante (moto assolutamente turbolento di tubo scabro negli acquedotti), Q è la portata idrica, D è il diametro interno della tubazione e K è la sua resistenza idraulica unitaria (per unità di lunghezza e di portata). L'Eq. (3) chiarisce che a livello di calibrazione dei modelli gestionali è decisamente più razionale parlare di resistenza idraulica unitaria poiché non è possibile separare il contributo della scabrezza in considerazione dell'incertezza sul reale diametro medio interno delle tubazioni, come detto messe in opera da decenni, che oltretutto appare nella Eq. (3) con esponente cinque.

La Figura n.4 riporta un esempio di utilizzo del modello calibrato con i dati esistenti di una grande città pugliese separando la componente delle perdite dalla domanda attraverso un modello calibrato inizialmente con misure di pressione/portata e poi "corretto" ovvero ricalibrato con l'approccio mass balance. Il diagramma a sinistra riporta la situazione calibrata "mass balance" che indica il pattern delle perdite idriche di 2 giornate (ora per ora) in funzione delle pressioni ed il loro volume pari a 144.694 m^3. La pianificazione della distrettualizzazione ottima

con il modello idraulico avanzato di WDNetXL consente di ridurre le perdite a 117.644 m^3, diagramma a destra, che corrisponde a circa 2.000.000 m^3/anno.

Figura n.4. Progettazione ottima dei distretti e riduzione delle perdite

Altre caratteristiche avanzate dell'analisi idraulica in WDNetXL

WDNetXL è un sistema di analisi che nasce nel 2010 dalla ricerca tecnico-scientifica di un gruppo di ricercatori italiani affermati a livello internazionale. La particolarità di WDNetXL è nell'uso come interfaccia MS-Excel che permette grande flessibilità al fine della implementazione di nuove funzionalità, ma anche per poter mettere a disposizione degli utenti (tecnici, studenti, ricercatori), documentazione e presentazioni, aiuti in linea, ecc. con differenti livelli di dettaglio e scopi.

Inoltre, l'ambiente MS-Excel è forse uno dei più noti e consente ai tecnici di lavorare con WDNetXL senza una preliminare formazione all'uso di un software specifico concentrandosi sul piano tecnico-idraulico sin da subito. WDNetXL può importare dati da file standard *.inp EPANET generabili da tutti i software commerciali ed è dotato di proprio visualizzatore 3D con funzioni di interrogazione dei dati, anche se la possibilità di utilizzo delle funzioni di MS-Excel (filtri, colori, etc.) direttamente sui dati della rete è risultata molto efficace per le diverse centinaia di utenti che lo hanno utilizzato. WDNetXL, disponibile in versione 64 e 32 bit, è composto da 6 moduli,

Per ulteriori informazioni è possibile visitare il sito *www.idea-rt.com*.

In relazione al modulo di analisi idraulica come detto WDNetXL è un simulatore idraulico *pressure-driven* anche se può funzionare in modalità classica *demand-driven*, che però esclude diverse potenzialità. Inoltre, è importante sottolineare che il simulatore idraulico di WDNetXL [4] non surroga la chiusura di valvole e lo spegnimento di pompe attraverso l'assunzione di una portata idraulica minima, per esempio 10^{-6} L/s. Allorquando, uno o più eventi di variazioni topologiche avvengono durante una simulazione di periodo esteso, l'analisi topologica della rete si combina con quella idraulica e la simulazione avviene considerando la reale topologia della rete che può risultare fortemente modificata dalla disconnessione di grandi porzioni di sistema. La simulazione idraulica avanzata a *topologia di rete variabile* è decisiva sia per l'accuratezza del calcolo idraulico, che per assistere la pianificazione per esempio della distrettualizzazione, l'analisi delle valvole di riduzione della pressione, l'analisi e pianificazione dei lavori di manutenzione sulla rete che prevedo la chiusura di valvole di isolamento, la cui informazione è fra l'altro eventualmente disponibili nel modello di sistema in WDNetXL.

Altre funzionalità esclusive del motore idraulico di WDNetXL sono di seguito succintamente riportate:

Simulazione dei serbatoi privati e dispositivi di erogazione a più livelli

La Figura n.5 mostra gli schemi concettuali di definizione della domanda ai nodi per superare l'approssimazione modellistica tradizionale di ugello al nodo del modello. Nel caso dei serbatoio privati tipici delle realtà mediterranee (figura a sinistra), a servizio di autoclavi o sui tetti, il modello idraulico può simularne il processo di riempimento/svuotamento che è di interesse gestionale in situazioni di carenza idrica. La figura a destra, invece, indica la sostituzione al singolo nodo di una funzione [7] che è in grado di considerare nel modello l'esistenza di palazzi con dispositivi di erogazione a diversi livelli.

Figura n.5. Componenti del pattern di misura della portata in ingresso

Valvole di riduzione delle pressione controllate dal nodo critico

La Figura n.6 mostra lo schema concettuale della modellizzazione dei dispositivi di controllo delle pressioni. Esso può essere applicato sia a pompe a giri variabili che a valvole di riduzione della pressione. Il numero di giri delle pompe o il grado di chiusura delle valvole può essere controllato dal valore della pressione al nodo n.1, schema classico, ovvero da quello in un nodo interno alla rete (n.10 in Figura n.6) in uno schema più efficiente per la riduzione delle perdite [9].

Figura n.6. Simulazione delle valvole di riduzione della pressione o delle pompe a giri variabili.

Analisi idraulica con chiusura di valvole di sezionamento

Gli interventi di manutenzione programmata (per es. durante riabilitazione) o non programmata (per es. per riparare rotture) richiede la separazione della zona di intervento dalle sorgenti idriche, ovvero la chiusura di un segmento di rete attraverso valvole di sezionamento. Il "motore idraulico" di WDNetXL è in grado di considerare il sistema di valvole di isolamento durante la simulazione idraulica. La Figura n.7 riporta un esempio: a sinistra i gap nella rete rappresentano le valvole di isolamento che se chiuse la dividono nei segmenti evidenziati dai colori. Una riparazione o sostituzione della tubazione n.15 richiede la chiusura delle n.4 valvole al bordo del segmento di magenta e la simulazione idraulica, riportata a destra, avviene considerando l'esclusione dalla topologia originale della rete delle tubazioni tratteggiate (n.14-15-16-22-30).

Figura n.7. Simulazione idraulica in condizioni di funzionamento anomalo.

WDNetXL è stato utilizzato sia nel campo della ricerca che per progetti di trasferimento tecnologico fra cui si citano n.2 progetti di gestione delle perdite idriche:

- "Efficient, effective, economic water demand management in the growing Oslo city – E3WDM", numero: 245652. Proprietario del progetto: City of Oslo Water and Sewerage Works.
- "Innovation in Water Infrastructure - New Generation – InnoWatING", numero: 234975. Proprietario del progetto: City of Oslo Water and Sewerage Works.

Nei precedenti progetti la calibrazione del modello idraulico con approccio “mass balance”, per ottenere la componente di perdite idriche di sottofondo del sistema, è stata alla basse della pianificazione della distrettualizzaione ottima e del posizionamento delle valvole di riduzione della pressione controllate attraverso il nodo critico.

Infine, in considerazione delle innovazioni di processo gestionale degli acquedotti di cui i moduli di WDNetXL rappresentano un prodotto di supporto, le azioni tecniche presso i gestori sono sempre accompagnate dall’offerta gratuita di 3 giorni di corso sulla modellizzazione idraulica avanzata e su temi specifici di gestione. Tali corsi sono disegnati per numero di 5 persone a cui viene distribuito una licenza annuale gratuita di WDNetXL analysis.

Referenze

1. Berardi, L., Simone, A., Laucelli, D. and Giustolisi, O. (2017) “Feasibility of Mass Balance Approach to Water Distribution Network Model Calibration.” Procedia Engineerig, Elsevier, Vol. 186, 551–558
2. Cross, H. (1936). “Analysis of flow in networks of conduits or conductors.” *Bulletin n. 286*, University of Illinois Engineering Experimental Station, Urbana Illinois, USA: 1-29.
3. Germanopoulos, G. (1985). “A technical note on the inclusion of pressure dependent demand and leakage terms in water supply network models.” *Civ. Eng. Syst.*, 2(September).
4. Giustolisi, O., Kapelan, Z. and Savic, D.A. (2008a). “An algorithm for automatic detection of topological changes in water distribution networks.” *J. Hydr. Eng.*, 134 (4).
5. Giustolisi, O., Savic, D.A. and Kapelan, Z. (2008b). “Pressure-driven demand and leakage simulation for water distribution networks.” *J. Hydr. Engrg*, 134 (5).
6. Giustolisi, O. and Todini, E. (2009). “Pipe hydraulic resistance correction in WDN analysis.” *Urban Water Journal*, Taylor & Francis, 6(1).
7. Giustolisi, O., Walski, T.M. (2012). “Demand Components in Water Distribution Network Analysis.” *J. Water Res. Plan. and Manage*, 138(4).
8. Giustolisi, O., Laucelli, D., Berardi, L. (2013). “Operational optimization: water losses vs. energy costs.” *J. Hydr. Engrg*, 139(4).
9. Giustolisi, O., Berardi, L., Laucelli, D., Savic, D., Kapelan, Z. (2016). “Operational and Tactical Management of Water and Energy Resources in Pressurized Systems: Competition at WDSA 2014.” *J. Water Res. Plan. and Manage*, 142(5).
10. Giustolisi, O., Ugarelli, R., Berardi, L., Laucelli, D., Simone, A. (2017). “Strategies for the Electric Regulation of Pressure Control Valves.” J. Hydroinf. Available Online 5 May 2017, jh2017101; DOI: 10.2166/hydro.2017.101.
11. Laucelli, D., Simone, A., Berardi, L., Giustolisi, O., (2017). “Optimal Design of DMAs for Leakages Reduction.” *J. Water Res. Plan. and Manage*, 143(6). DOI:10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000768
12. Rossman, L.A. (2000). *Epanet2 Users Manual*. U.S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, OH.
13. Todini, E. and Pilati, S. (1988). “A gradient method for the solution of looped pipe networks.” *Computer Applications in Water Supply*, John Wiley & Sons, Vol.1, 1-20.
14. Todini, E. (2003). “A more realistic approach to the “extended period simulation” of water distribution networks.” *Advances in Water Supply Management*, Maksimovic C., Butler D. and Memon F.A. (eds), A.A.Balkema Publishers, Lisse, The Netherlands, 173-184.
15. Todini, E. and Rossman, L.A. (2013). “Unified Framework for Deriving Simultaneous Equation Algorithms for Water Distribution Networks” *J. of Hydr. Engrg*, 139(5).
16. Wagner, J.M., Shamir, U. and Marks, D.H. (1988). “Water distribution reliability: simulation methods.” *J. Water Res. Plan. and Manage.*, 114(3).